

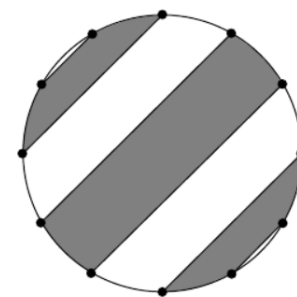
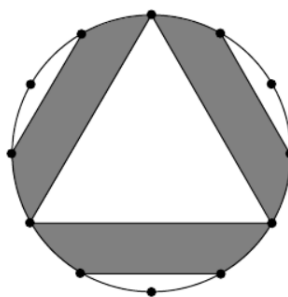
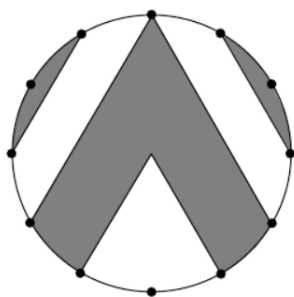
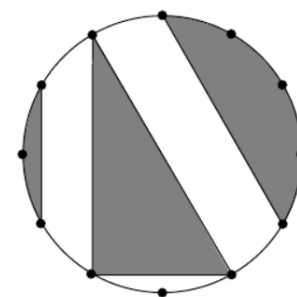
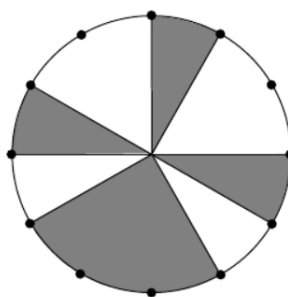
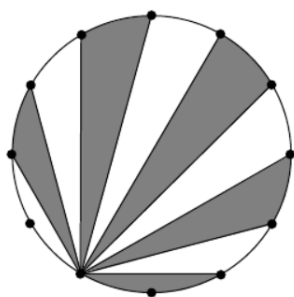
Rallye mathématique de Neuchâtel

Étape 4

Du 17 février au 13 mars

PROBLÈME 1

Voici six montres circulaires. Trouver la proportion colorée de chaque montre.



La réponse est valable si :

- Ou bien : les six réponses sont justes et justifiées.
- Ou bien : au moins quatre réponses sont justes et justifiées par un argument SANS calcul.

PROBLÈME 2

Déterminer le plus petit entier positif $x > 0$ tel que $2x$ soit un carré et $3x$ un cube.

PROBLÈME 3

On définit une suite de nombres T_n par $T_1 = 2$ et $T_{n+1} = T_n^2 - T_n + 1$ pour $n \geq 1$. Montrer que si $m \neq n$, alors T_m et T_n sont premiers entre eux. Montrer également que

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{T_i} = 1.$$

La réponse est valable si les deux parties de la question sont traitées correctement.

RÈGLES

1. Vos solutions doivent être soumise avant le **13 mars, 14h00** au secrétariat de l'institut de mathématiques.
2. Vos solutions doivent être soignées, et justifiées.
3. La solution d'un problème est jugée soit juste, soit fausse, ce qui rapporte 1 ou 0 point.
4. Vos solutions doivent être **individuelles**. Deux solutions trop similaires se verront attribuer 0 point.
5. Les étudiants ayant à la fin de l'année académique **au moins 9 points sur 18** se verront remettre un prix.
6. Un prix pour la solution la plus élégante sera également décerné à la fin de l'année académique.

L'équipe "rallye" : Laura GRAVE DE PERALTA, Laurent HAYEZ, Felix SCHLENK, Alain VALETTE, Alexandre ZUMBRUNNEN. Vous pouvez récupérer vos solutions au bureau 208 (Alexandre et Laurent).