

**Expérience n°8 – MESURE DE LA VITESSE D'UN PROJECTILE (TIR)**

Domaine: Mécanique

Lien avec le cours de Physique Générale:

Cette expérience est liée aux chapitres suivants du cours de Physique Générale:

- Physique I, Chapitre 1: Cinématique : vitesse
- Physique I, Chapitre 5: Impulsion et collisions
- Physique I, Chapitre 7: Mouvement harmonique et résonance
- Physique I, Chapitre 12: Potentiel et énergie électrique. Courant électrique

**Objectif général de l'expérience**

L'objectif de cette expérience est de **mesurer la vitesse de translation**  $v$  d'un projectile. Trois différentes méthodes seront utilisées pour mesurer soit la **quantité de mouvement** du projectile, soit sa **vitesse moyenne** déterminée à partir du temps mis pour parcourir une distance connue.

**1 Introduction**

La **vitesse de translation** d'un corps est définie par la distance que celui-ci parcourt durant un temps donné. Elle s'exprime en [m/s] dans le système international (SI) d'unités. Pour un solide non-ponctuel, on considère comme vitesse la vitesse de son centre de gravité (centre de masse).

On distingue la vitesse de translation moyenne de la vitesse instantanée. Pour un corps ayant parcouru une distance  $d$  pendant un temps  $\tau$ , la **vitesse moyenne** sur la distance  $d$  est définie par:

$$v_{\text{moy}} = \frac{d}{\tau} \text{ [m/s]} . \quad (\text{Eq. 1})$$

La **vitesse instantanée** est définie pour un temps infiniment court ("instantané"), et donc une distance parcourue infiniment petite. Dans ce cas, la vitesse instantanée est définie comme la dérivée de la position  $x$  par rapport au temps:

$$v_{\text{inst}} = \frac{\partial x}{\partial t} \text{ [m/s]} . \quad (\text{Eq. 2})$$

Connaître la vitesse instantanée d'un corps est important pour pouvoir déterminer sa trajectoire. Le cas étudié ici est celui d'une balle de pistolet. Connaissant la vitesse instantanée de la balle à la sortie du pistolet, il sera possible de calculer la trajectoire de la balle et donc de définir une distance maximale au-delà de laquelle la balle dévie de son objectif et n'atteint pas la cible.

Différentes méthodes de mesure seront utilisées dans ce TP pour déterminer la vitesse d'un projectile. Elles seront basées sur deux principes différents, l'un consistant à mesurer la **quantité de mouvement** (ou impulsion)  $p = mv$  de la particule, l'autre consistant à mesurer le **temps que met le projectile pour parcourir une distance connue**  $d$ . Dans le premier cas, on utilisera un pendule balistique de caractéristiques connues afin de déterminer l'impulsion fournie par la balle après un choc entièrement inélastique. Dans le deuxième cas, on mesurera la vitesse moyenne sur une distance  $d$ .

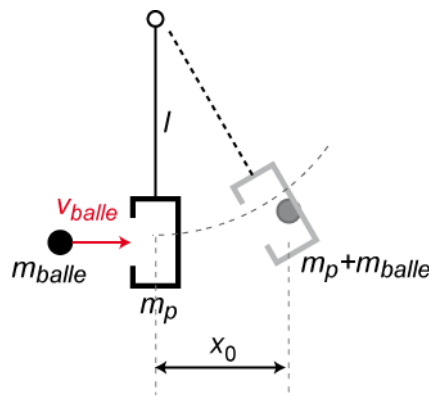
Nous ferons l'hypothèse dans ce TP que la vitesse reste inchangée entre la sortie du pistolet et la fin du système de mesure, de sorte que les vitesses instantanée et moyenne seront équivalentes. Dès lors, les trois méthodes considérées mesurent en principe la même grandeur.

## 2 Principe général des expériences

Durant ce TP, trois expériences distinctes seront effectuées pour mesurer la vitesse d'une balle de pistolet. Ces trois techniques seront ensuite comparées en termes de la vitesse mesurée et de l'incertitude sur le résultat obtenu afin de déterminer la méthode la plus juste et la plus précise.

### 2.1) Méthode 1: pendule balistique

En se déplaçant à une vitesse  $v_{balle}$ , un projectile de masse  $m_{balle}$  porte une quantité de mouvement  $p_{balle} = m_{balle} \cdot v_{balle}$ . Lorsqu'il s'arrête en s'incrustant dans un objet de masse  $m_p$ , ce dernier acquiert l'impulsion du projectile. Dans un tel **choc inélastique**, l'énergie mécanique n'est pas conservée car l'énergie cinétique portée par le projectile est en partie transformée en chaleur et en déformation des corps lors du choc. Par contre, **l'impulsion du système est conservée** et on peut déterminer la vitesse du projectile en mesurant l'impulsion du système après le choc. Pour cela, on utilisera un pendule balistique (voir Figure 1).



**Figure 1:** Représentation schématique d'un pendule balistique utilisé pour mesurer la vitesse  $v_{balle}$  d'un projectile incident.

On considère un pendule de masse  $m_p$  et de vitesse nulle juste avant le choc. Sa vitesse après le choc est  $v_p$ . En utilisant la **conservation de la quantité de mouvement** lors du choc, on peut écrire:

$$m_{balle} \cdot v_{balle} + m_p \cdot 0 = (m_{balle} + m_p) \cdot v_p \quad (\text{Eq. 3})$$

La vitesse de la balle juste avant le choc peut donc s'exprimer comme:

$$v_{balle} = \frac{(m_{balle} + m_p)}{m_{balle}} \cdot v_p \quad (\text{Eq. 4})$$

On détermine la vitesse  $v_p$  du pendule juste après le choc à partir de son mouvement oscillatoire de fréquence angulaire

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (\text{Eq. 5})$$

où  $g$  est l'accélération due à la pesanteur ( $9.81 \text{ m/s}^2$ ) et  $l$  est la longueur du pendule. Le mouvement oscillatoire du pendule est décrit par l'équation du mouvement

$$x(t) = x_0 \sin \omega t \quad (\text{Eq. 6})$$

où  $x_0$  est la déviation maximale (ou **amplitude** du mouvement) du pendule par rapport à sa position d'équilibre. La vitesse du pendule est donnée par la dérivée de la position par rapport au temps:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = x_0 \omega \cos \omega t . \quad (\text{Eq. 7})$$

Au moment du choc, la vitesse du pendule vaut

$$v_p = v(t=0) = x_0 \omega = x_0 \frac{2\pi}{T} . \quad (\text{Eq. 8})$$

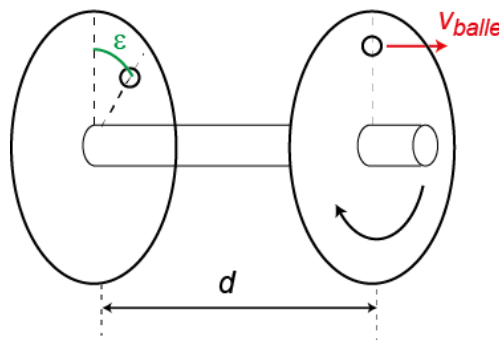
En insérant l'expression (Eq. 8) dans (Eq. 4), on obtient la vitesse du projectile:

$$v_{balle} = \frac{(m_{balle} + m_p)}{m_{balle}} x_0 \frac{2\pi}{T} . \quad (\text{Eq. 9})$$

En connaissant la masse de la balle et du pendule et en mesurant les paramètres du mouvement du pendule après le choc (amplitude  $x_0$  et période  $T$ ), on peut déterminer la vitesse du projectile.

## 2.2) Méthode 2: disques tournants

La vitesse du projectile sera déterminée ici en mesurant le **temps mis pour parcourir une distance connue**  $d$ . La mesure du temps s'effectue ici par une méthode de comparaison: le temps mis par la balle pour parcourir la distance  $d$  sera comparé à l'angle de rotation de deux disques en papier dont on a préalablement déterminé la vitesse angulaire de rotation.



**Figure 2:** Schéma de principe de l'expérience des disques tournants pour mesurer la vitesse  $v_{balle}$  du projectile.

Comme représenté sur la Figure 2, les deux disques se trouvent à une distance  $d$  l'un de l'autre et tournent à une fréquence angulaire  $f$  (en tours/seconde). En se propageant, le projectile perce successivement les deux disques. Entre les deux impacts, la balle parcourt la distance  $d$  à une vitesse moyenne  $v_{balle}$  et il s'écoule donc un temps

$$\tau = \frac{d}{v_{balle}} . \quad (\text{Eq. 10})$$

Pendant ce temps, les disques tournent d'un angle  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon [^\circ] = \tau \cdot f \cdot 360^\circ . \quad (\text{Eq. 11})$$

Les deux perforations sont donc décalées de cet angle, à partir duquel on peut déduire la vitesse de la balle si l'on a préalablement mesuré la fréquence de rotation  $f$  des disques:

$$v_{balle} = \frac{d \cdot f \cdot 360^\circ}{\varepsilon} . \quad (\text{Eq. 12})$$

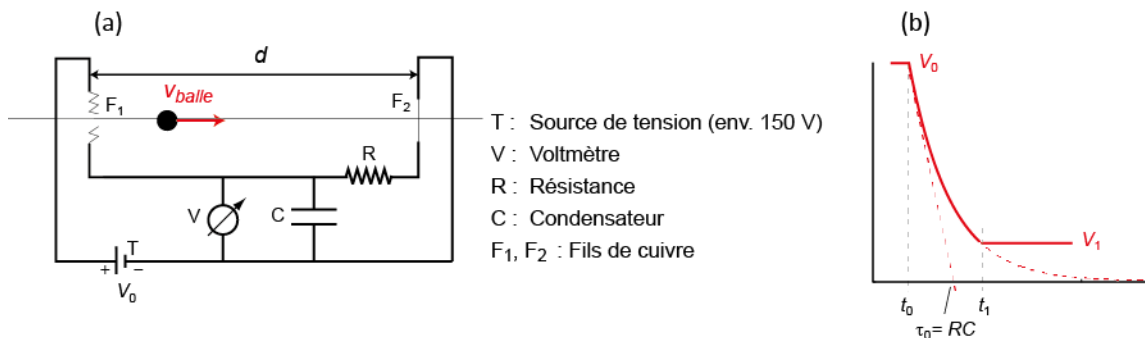
### 2.3) Méthode 3: décharge d'un condensateur

Comme dans la méthode précédente, la vitesse du projectile sera déterminée en mesurant le temps mis pour parcourir une distance connue  $d$ , mais l'intervalle de temps correspondant  $\tau$  sera mesuré différemment, par l'intermédiaire de la **décharge d'un condensateur** dans un circuit électrique.

Un condensateur est un composant électrique constitué de deux armatures conductrices (électrodes), capables d'accumuler des charges électriques lorsqu'on leur applique une tension  $V$  (voir aussi l'expérience N°5 "Mesure de la permittivité du vide  $\epsilon_0$ "). Il est caractérisé par sa **capacité**  $C$  (en Farad, [F]). Lorsque la tension d'alimentation est déclenchée, le condensateur peut se décharger au travers d'une résistance  $R$  et la tension à ses bornes décroît au cours du temps selon une loi exponentielle (Figure 3b) caractérisée par un temps de décroissance  $\tau_0 = RC$

$$V(t) = V_0 \exp\left(-\frac{t-t_0}{RC}\right) = V_0 \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau_0}\right). \quad (\text{Eq. 13})$$

Le principe de l'expérience est décrit sur la Figure 3. Au début de l'expérience (avant que la balle ne soit tirée), le circuit électrique est complet et le condensateur  $C$  est connecté en parallèle à une source de tension  $V$ . Une tension  $V_0$  est ainsi mesurée aux bornes du condensateur. Le circuit est positionné de manière à ce que la balle coupe séquentiellement le fil  $F_1$  puis, après un intervalle de temps  $\tau$ , le fil  $F_2$ . Lorsque le fil  $F_1$  est coupé, la source de tension n'est plus connectée au condensateur. Les charges qui s'étaient accumulées aux bornes de celui-ci s'évacuent à travers la résistance  $R$  et le condensateur se décharge en suivant la loi exponentielle (Eq. 13). Lorsque le fil  $F_2$  est coupé à son tour, le circuit du condensateur devient ouvert et celui-ci ne peut plus se décharger. La tension aux bornes du condensateur reste approximativement constante et égale à une valeur  $V_1$ .



**Figure 3:** (a) Schéma électrique de la méthode de la décharge d'un condensateur pour mesurer la vitesse  $v_{balle}$  du projectile. (b) Décharge exponentielle du condensateur.

En mesurant la tension initiale  $V_0$  (avant que le fil  $F_1$  ne soit coupé, soit avant de tirer la balle) et la tension  $V_1$  juste après que le fil  $F_2$  a été coupé (juste après avoir tiré), on peut mesurer le temps de parcours de la balle entre les points  $F_1$  et  $F_2$  en prenant le rapport de ces deux tensions:

$$\frac{V_0}{V_1} = \frac{e^{-\frac{t_1-t_0}{RC}}}{e^{-\frac{t_2-t_0}{RC}}} = e^{\frac{t_2-t_1}{RC}} = e^{\frac{\tau}{\tau_0}} \Rightarrow \tau = RC \ln\left(\frac{V_0}{V_1}\right). \quad (\text{Eq. 14})$$

La vitesse de la balle est finalement donnée par

$$v_{balle} = \frac{d}{\tau} = \frac{d}{RC \ln\left(\frac{V_0}{V_1}\right)}. \quad (\text{Eq. 15})$$

### 3 Marche à suivre

La marche à suivre pour chacune des trois méthodes de mesure est décrite ci-dessous. Pour chaque technique, vous devrez effectuer deux mesures afin de vous assurer qu'elles soient bien concordantes. De plus, un calcul d'erreur vous sera demandé pour chacune d'entre elle, qui se fera analytiquement pour les deux premières expériences et à l'aide du fichier Excel de cette expérience pour la troisième partie.

**! ATTENTION !** Le pistolet est fragile. Pour l'ouvrir, n'appuyez pas de tout votre poids et soutenez sa crosse !

#### 3.1) Méthode 1: pendule balistique

- Pesez le pendule.
- Suspendez-le avec les deux ficelles qui descendent du plafond. Attention : placez le pendule tel que l'ouverture soit en avant !
- Placez la règle graduée sur l'axe et alignez-la avec l'aiguille du pendule.
- Stabilisez le pendule aussi bien que possible.
- Tirez sur le pendule et lisez l'amplitude  $x_0$  de la première oscillation.
- Mesurez la période  $T$  de l'oscillation. Pour améliorer la précision de la mesure, mesurez le temps pour  $N$  oscillations et divisez le temps obtenu par le nombre d'oscillations (par ex.  $N = 10$ ).
- Déterminez la vitesse  $v_{balle}$  du projectile. On considère que la masse de la balle est de 0.5 g.

Précaution: Il est important de mesurer l'amplitude de la première oscillation, car ensuite le mouvement du pendule s'amortit. Cependant, cela ne modifie pas la période d'oscillation et il n'est pas nécessaire de mesurer celle-ci dès la première oscillation.

Calcul d'erreur: - Estimez les incertitudes de mesure sur les différents paramètres ( $m_p$ ,  $x_0$  et  $T$ ).  
- Calculez l'incertitude résultante sur  $v_{balle}$  (propagation des incertitudes).

#### 3.2) Méthode 2: disques tournants

- Placez les disques sur la tige. Les disques en carton doivent être coincés entre les plaques métalliques. Serrez bien les vis pour que les disques ne bougent pas par rapport à la tige.
- Déterminez la distance  $d$  entre les deux disques.
- Tirez une première fois sur les disques immobiles et marquez les trous comme étant les points de référence pour la mesure des angles.
- Utilisez le résultat de la première expérience pour déterminer la fréquence de rotation maximale pour les disques (correspondant à  $\varepsilon = 360^\circ$ ).
- Mettez en marche le moteur et ajustez la fréquence de rotation des disques. Pour mesurer la fréquence de rotation, utilisez le stroboscope. Enclenchez-le et ajustez sa fréquence jusqu'à ce qu'une image stationnaire soit obtenue avec un seul trait noir sur la face avant du premier disque. Il est conseillé de commencer avec une fréquence élevée (par ex. 3'500 t/min) et de la diminuer ensuite. Lisez la fréquence de rotation correspondante (en t/min) sur l'échelle.
- Tirez deux fois avec une fréquence de rotation des disques différente. Entre les deux tirs, arrêtez les disques pour marquer les deux trous déjà utilisés.
- Démontez les disques, mesurez les angles et déterminez les vitesses  $v_{balle}$  correspondantes. On vous conseille de mettre un disque sur l'autre en ajustant les deux points de référence et de marquer les trous du disque de devant sur celui de derrière. Ceci vous facilite la mesure des angles.

Calcul d'erreur: - Estimez les incertitudes de mesure sur les différents paramètres ( $f$ ,  $d$  et  $\varepsilon$ ).  
- Calculez l'incertitude résultante sur  $v_{balle}$  (propagation des incertitudes).

### 3.3) Décharge d'un condensateur

- Préparez les "peignes" de fil en cuivre. N'oubliez pas d'enlever l'isolation sur les deux extrémités du fil avec du papier de verre pour assurer le contact électrique. Il suffit de faire un "peigne" d'une largeur d'env. 2 cm, centré au milieu du cadre.
- Montez les cadres et mesurez la distance  $d$  entre les deux "peignes".
- Réalisez le schéma électrique de la Figure 3 en choisissant la capacité optimale  $C$  à partir de la vitesse de la balle mesurée précédemment. Faites contrôler votre montage par un assistant avant d'enclencher l'alimentation. Sur les bornes de l'alimentation, il y a une tension de 130 V ce qui est une tension considérable et peut être dangereux si vous touchez un contact.
- Mettez le montage sous tension et mesurez  $V_0$ .
- Tirez, mesurez  $V_1$  et déterminez la vitesse  $v_{balle}$ .

Calcul d'erreur:

- Estimez les incertitudes de mesure sur les différents paramètres ( $d$  et  $V_1$ ). Pour  $R$  et  $C$ , on considérera une incertitude respective de 1% et 2% sur les valeurs indiquées.
- Calculez l'incertitude résultante sur  $v_{balle}$  (propagation des incertitudes à l'aide du fichier Excel). On néglige ici l'incertitude sur  $V_0$ .

# Travaux Pratiques de Physique

## Expérience N°8 : Tir

### 3.1) Méthode 1 : pendule balistique

Masse du pendule :  $m_p =$    $\pm$   [kg]  
 Masse de la balle :  $m_b =$   [kg]

#	$x_0$ [cm]	$\Delta x_0$ [cm]	$10 T$ [s]	$\Delta(10T)$ [s]	$T$ [s]	$\Delta T$ [s]
1	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
2	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

#	$v_{balle}$	$\Delta v_{balle}$
1	<input type="text"/> $\pm$ <input type="text"/>	<input type="text"/>
2	<input type="text"/> $\pm$ <input type="text"/>	<input type="text"/>

[m/s] [m/s]

### 3.2) Méthode 2 : disques tournants

Distance entre les disques :  $d =$    $\pm$   [cm]

#	$f$ [tour/min]	$\Delta f$ [tour/min]	$\epsilon$ [°]	$\Delta \epsilon$ [°]
1	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
2	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

#	$v_{balle}$	$\Delta v_{balle}$
1	<input type="text"/> $\pm$ <input type="text"/>	<input type="text"/>
2	<input type="text"/> $\pm$ <input type="text"/>	<input type="text"/>

[m/s] [m/s]

# Travaux Pratiques de Physique

## Expérience N°8 : Tir

### 3.3) Méthode 3 : décharge d'un condensateur

Distance entre les "peignes" :  $d =$ 

	±
--	---

 [cm]

#	$R$ [ $\Omega$ ]	$\Delta R$ [ $\Omega$ ]	$C$ [F]	$\Delta C$ [F]	$V_0$ [V]	$V_1$ [V]	$\Delta V_1$ [V]
1							
2							

#	$v_{\text{balle}}$	$\Delta v_{\text{balle}}$
1		±
2		±

[m/s]  
[m/s]

### Comparaison

#### Méthode 1:

#	$v_{\text{balle}}$	$\Delta v_{\text{balle}}$
1		±
2		±

[m/s]  
[m/s]

#### Méthode 2:

#	$v_{\text{balle}}$	$\Delta v_{\text{balle}}$
1		±
2		±

[m/s]  
[m/s]

#### Méthode 3:

#	$v_{\text{balle}}$	$\Delta v_{\text{balle}}$
1		±
2		±

[m/s]  
[m/s]

Quelle est la méthode la **plus précise**?

Quelle est la méthode la **plus exacte** à votre avis?